

# MATEMATYKA DYSKRETNA

## Lista 14

**Zadanie 1.** Pokaż, że w grafie  $G = \langle V, E \rangle$  o  $k$  składowych zachodzi:

$$|V| - k \leq |E| \leq \binom{|V| - k + 1}{2}.$$

**Zadanie 2.** Czy ciąg  $\langle \underbrace{1, 1, \dots, 1}_{2019 \text{ razy}}, 2, 3, \dots, 2021 \rangle$  jest graficzny. Odpowiedz uzasadnij.

**Zadanie 3.** Niech  $G$  będzie spójnym grafem pełnym dwudzielnym w którym każdy wierzchołek ma stopień 2021. Uzasadnij, że graf będzie spójny nawet jeśli usuniemy dowolne 2020 wierzchołków wraz z incydującymi krawędziami.

**Zadanie 4.** Niech  $G$  będzie spójnym grafem. Uzasadnij, że  $\lambda(G)$  jest liczbą mniejszą bądź równą od stopnia każdego wierzchołka w grafie.

**Zadanie 5.** Wypisz wszystkie nieizomorficzne drzewa o czterech wierzchołkach, a następnie dla każdego takie drzewa znajdź liczbę grafów izomorficznych z nim na zbiorze wierzchołków  $\{1, 2, 3, 4\}$ .

**Zadanie 6.** Wypisz wszystkie nieizomorficzne drzewa o sześciu wierzchołkach, a następnie dla każdego takie drzewa znajdź liczbę grafów izomorficznych z nim na zbiorze wierzchołków  $\{1, 2, 3, \dots, 6\}$ .

**Zadanie 7.** Niech  $n \leq 5$ . Znajdź liczbę izomorfizmów grafu  $K_n, P_n, C_n, W_n, K_{n,n}$ .

**Zadanie 8.** Uzasadnij, że spośród dowolnie rozmieszczonych 5 punktów w trójkącie równobocznym o boku 1, znajdują się dwa w odległości nie większej niż  $\frac{1}{2}$ .